

Uma nova codificação para sistemas de comunicação caóticos

Renato Candido¹, Magno T. M. Silva², Marcio Eisencraft³

Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP

Resumo. Neste artigo, é proposta uma função de codificação para sistemas de comunicação baseados em caos, que assegura a geração de sinais caóticos. Com base nessa função, é apresentado um esquema de equalização adaptativa. Por meio de resultados de simulação, é mostrado que esse sistema apresenta maior imunidade à interferência intersimbólica e ruído.

Palavras-chave. Sincronismo caótico, sistema de comunicação baseado em caos, mapa de Hénon, equalizadores adaptativos, algoritmo LMS.

1 Introdução

Em um sistema de comunicação baseado em caos (SCBC), cada *bit* de informação é transmitido usando um fragmento diferente de um sinal caótico [1, 2]. Sendo assim, esses sistemas diferem dos convencionais, nos quais cada símbolo é associado com uma forma de onda predefinida. Apesar de poderem proporcionar algumas vantagens interessantes como um aumento na segurança [3, 4], esses sistemas apresentam alguns desafios práticos já que o receptor ótimo não é conhecido [5].

Muitos esquemas de comunicação baseados em sincronismo caótico foram propostos [1, 3, 6] explorando propriedades interessantes dos sinais caóticos, como a aperiodicidade e a dependência sensível às condições iniciais (DSCI) [7]. Entretanto, esses sistemas raramente ultrapassaram a fronteira entre a implementação teórica e as aplicações práticas comerciais [4]. Isso ocorre devido à sensibilidade do sincronismo caótico à imperfeições no canal de comunicação [8, 9].

Um SCBC de tempo discreto particularmente interessante foi proposto em [10], baseado no sistema de Wu e Chua [11], no qual a mensagem é realimentada no gerador de sinais caóticos (GSC). Esse sistema pode ser considerado um modelo simplificado do sistema ótico implementado na prática por Argyris *et al.* [4]. Foi mostrado em [10] que, dadas algumas condições, a mensagem pode ser recuperada sem erros quando o canal de comunicação é ideal. Entretanto, esse SCBC apresenta desempenho ruim em termos de taxa de erro de bit quando estão presentes imperfeições no canal. Além disso, não há garantia de que os sinais transmitidos são de fato caóticos.

Em [12], foi proposto um esquema de equalização de canais para esse SCBC, considerando o mapa de Ikeda [13] como GSC e o produto entre a mensagem e o sinal caótico como codificação. Apesar do desempenho razoável em diferentes canais, não foi verificado se os sinais gerados eram realmente caóticos. Recentemente, foi mostrado que o SCBC apresentado em [12] não produz sinais caóticos [14]. Em [15, 16], foi proposto outro SCBC usando o mapa de Hénon [17] no lugar do mapa de Ikeda com a mesma função de codificação. Nesse caso, pode-se mostrar facilmente que os sinais transmitidos são realmente caóticos. Entretanto, o desempenho desse sistema ainda é inferior em relação ao desempenho de um sistema convencional, sem caos.

Neste artigo, é proposta uma nova função de codificação e um sistema para equalização para o SCBC de [15, 16]. Essa codificação assegura a geração de sinais caóticos para uma variedade de parâmetros e apresenta uma maior imunidade a interferência intersimbólica e ruído, em comparação

¹renatocan@lps.usp.br

²magno@lps.usp.br

³marcio@lcs.poli.usp.br

com a codificação de [15,16], proporcionando taxas de erro de bit menores para a mesma velocidade de convergência.

O artigo está organizado da seguinte forma. Na Sec. 2, é feita uma descrição do SCBC de [15,16]. Na Sec. 3, a nova função de codificação é apresentada. Em seguida, é apresentado o algoritmo de equalização considerando essa nova função de codificação na Sec. 4. Resultados de simulação em diferentes cenários são apresentados na Sec. 5. Por fim, são apresentadas as conclusões na Sec. 6.

2 Formulação do problema

O SCBC considerado neste trabalho é mostrado na Fig. 1 [12,16]. Nesse esquema, um sinal binário $m(n) \in \{-1, +1\}$ é codificado usando o primeiro componente do vetor de estados $\mathbf{x}(n)$ do sistema mestre, através de uma função de codificação $s(n) = c(x_1(n), m(n))$, de forma que seja possível recuperar $m(n)$ usando uma função inversa, i.e., $m(n) = c^{-1}(x_1(n), s(n))$. Em seguida, o sinal $s(n)$ é realimentado no GSC e transmitido por um canal de comunicação, cujo modelo é constituído de uma função de transferência $H(z)$ e ruído aditivo branco Gaussiano (AWGN - *additive white gaussian noise*). É considerado um equalizador com M coeficientes com vetor regressor de entrada $\mathbf{r}(n)$ e saída $\hat{s}(n) = \mathbf{r}^T(n)\mathbf{w}(n-1)$, em que $(\cdot)^T$ indica transposição e $\mathbf{w}(n-1)$ é o vetor de coeficientes do equalizador. O equalizador deve mitigar a interferência intersimbólica introduzida pelo canal e recuperar o sinal $s(n)$ com um atraso de Δ amostras.

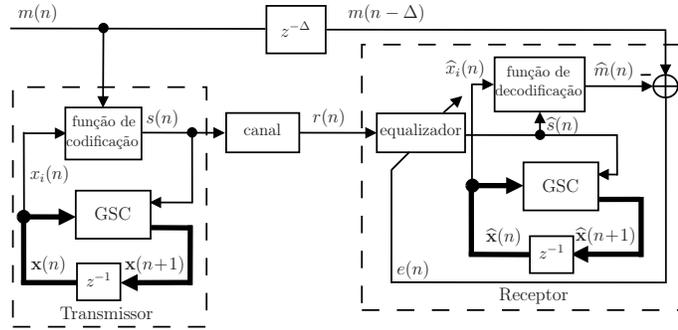


Figura 1: Sistema de comunicação baseado em caos com equalizador.

Se for obtido sincronismo caótico entre o transmissor e o receptor [18], i.e., se $\hat{\mathbf{x}}(n) \rightarrow \mathbf{x}(n)$, $m(n)$ pode ser decodificado por

$$\hat{m}(n) \triangleq c^{-1}(\hat{x}_1(n), \hat{s}(n)) \rightarrow m(n), \quad (1)$$

sendo $\hat{x}_1(n)$ o primeiro componente do vetor de estados $\hat{\mathbf{x}}(n)$ do sistema escravo. Assim, o erro $e(n) = m(n-\Delta) - \hat{m}(n)$ pode ser utilizado como critério de equalização. Uma vez que o sincronismo caótico entre mestre e escravo é obtido, $m(n)$ pode ser usado para transmitir informação entre os dois sistemas, sendo $\hat{m}(n)$ a mensagem binária decodificada.

O mapa de Hénon [17] é utilizado em ambos os GSCs da Fig. 1 e portanto, as equações que governam o sistema dinâmico global podem ser escritas como

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(s(n)), \quad (2)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(n+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(n) + \mathbf{b} + \mathbf{f}(\hat{s}(n)), \quad (3)$$

sendo $\mathbf{x}(n) \triangleq [x_1(n) \ x_2(n)]^T$, $\hat{\mathbf{x}}(n) \triangleq [\hat{x}_1(n) \ \hat{x}_2(n)]^T$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{f}(s(n)) = \begin{bmatrix} -\alpha s^2(n) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

sendo α e β parâmetros do mapa. Foi mostrado em [10] que, sob condições ideais de canal, $\hat{m}(n) \rightarrow m(n)$, quando $|\beta| < 1$, o que garante que os autovalores de \mathbf{A} têm módulo menor que um.

3 Codificação da mensagem

Em [12, 16] o produto

$$s(n) = x_1(n)m(n) \quad (5)$$

foi utilizado como função de codificação. Entretanto, o desempenho obtido em canais não ideais foi muito inferior ao desempenho obtido com modulações convencionais. Dessa forma, é interessante encontrar outras codificações que gerem sinais caóticos e ainda levem a um desempenho superior.

Em [19], a combinação linear

$$s(n) = (1 - \gamma)x_1(n) + \gamma m(n) \quad (6)$$

foi proposta, sendo $0 < \gamma \leq 1$ um parâmetro que controla a intensidade do sinal caótico $x_1(n)$ em relação à mensagem $m(n)$. Foi mostrado que o sincronismo caótico pode ser mais robusto quando se utiliza valores maiores de γ . Entretanto, não foi verificado se os sinais transmitidos eram de fato caóticos. Para verificar essa questão, será considerada uma forma mais geral de (6), i.e.,

$$s(n) = \gamma_1 x_1(n) + \gamma_2 m(n), \quad \{\gamma_1, \gamma_2\} \subset [0, 1]. \quad (7)$$

Na Fig. 2-(a) é mostrado o valor do máximo expoente de Lyapunov λ [7] obtido no transmissor em função de γ_1 and γ_2 considerando uma mensagem $m(n)$ binária, aleatória e equiprovável. Para obter o máximo expoente de Lyapunov, utilizou-se o algoritmo descrito na Sec. 5.2 de [7], considerando $m(n)$ como sendo um parâmetro variável. Para facilitar a visualização, a área onde o máximo expoente de Lyapunov é negativo, o que indica ausência de DSCI, é indicada pela cor cinza. A linha tracejada $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$ representa o conjunto de parâmetros associados à codificação (6), com $\gamma = \gamma_2$. Dessa forma, (6) gera sinais caóticos apenas quando γ é pequeno e $s(n) \approx x_1(n)$. Entretanto, nesse caso, o SCBC não apresenta um desempenho satisfatório com o canal AWGN [19].

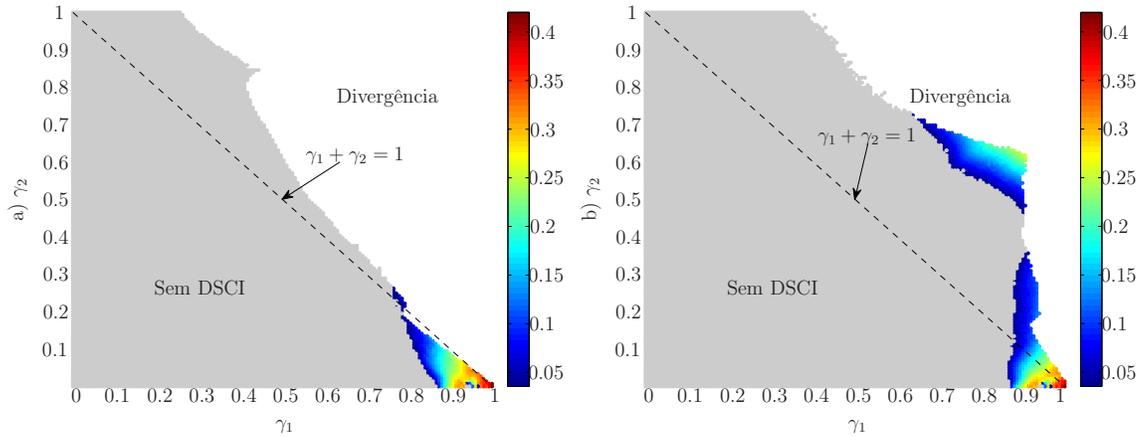


Figura 2: Máximo expoente de Lyapunov obtido usando (i) (7) e (ii) (8) em função de γ_1 e γ_2 . A área cinza indica um λ negativo. A área em branco indica divergência do transmissor.

A fim de aumentar o tamanho do conjunto de parâmetros com os quais são gerados sinais caóticos, foi proposta a seguinte a seguinte função de codificação

$$s(n) = \gamma_1 x_1(n) - \gamma_2 [m(n) + 1] \text{sign}[\gamma_1 x_1(n)], \quad (8)$$

sendo $\text{sign}[\cdot]$ a função sinal. A ideia é diminuir a perturbação causada pela mensagem em $x_1(n)$. Nesse caso, quando $m(n) = -1$, $s(n) = \gamma_1 x_1(n)$ e quando $m(n) = 1$, uma constante com sinal oposto à $x_1(n)$ é somada a ele. A função de decodificação é dada por

$$\hat{m}(n) = \frac{\gamma_1(n)\hat{x}_1(n) - \hat{s}(n)}{\gamma_2(n)\text{sign}[\gamma_1(n)\hat{x}_1(n)]} - 1. \quad (9)$$

A Fig. 2-(b) é análoga à Fig. 2-(a) considerando a codificação (8). Como pode ser notado, usando (8) é possível obter um conjunto maior de parâmetros γ_1 e γ_2 que geram sinais caóticos.

Além disso, como será mostrado na Sec. 5, existem valores de γ_1 e γ_2 na área colorida da figura, que proporcionam um bom desempenho quanto à equalização. Em particular, serão considerados os valores $\gamma_1=0,9$ e $\gamma_2=0,3$.

4 Algoritmo de equalização

Em [15, 16], foi proposto um algoritmo do gradiente estocástico para adaptar o equalizador no esquema da Fig. 1, mas considerando o produto como codificação. Esse algoritmo foi denominado de NLMS (*normalized least-mean-squares*) caótico⁴ e foi deduzido levando-se em conta a função de codificação (5). Para se obter um algoritmo adaptativo para a codificação proposta na Seção 3 [Equação (8)], pode-se seguir os mesmos passos da dedução apresentada em [15, 16], chegando-se ao algoritmo da Tabela 1. Para distinguir esses dois algoritmos, o algoritmo da Tabela 1 é denotado por cNLMS₊, enquanto o algoritmo de [15, 16], por cNLMS_×.

Cabe observar que um erro no sinal de $\gamma_1(n)\hat{x}_1(n)$ somente causa um erro na mensagem decodificada quando $m(n) = 1$. Neste caso, substituindo $\hat{m}(n) = 1$ em (9), obtém-se

$$\text{sign}[\gamma_1(n)\hat{x}_1(n)] = \frac{\gamma_1(n)\hat{x}_1(n) - \hat{s}(n)}{2\gamma_2(n)}. \quad (10)$$

Substituindo (10) com o sinal oposto em (9), a mensagem recuperada deve ser

$$\hat{m}(n) = \frac{-2[\gamma_1(n)\hat{x}_1(n) - \hat{s}(n)]}{\gamma_1(n)\hat{x}_1(n) - \hat{s}(n)} - 1 = -3. \quad (11)$$

Assim, é possível identificar quando um erro ocorre na estimativa de $\text{sign}[\gamma_1(n)\hat{x}_1(n)]$ usando a estimativa da mensagem, que deve ser igual a 1, mas é decodificada como -3 . Para contornar esse problema, quando $\hat{m}(n)$ é decodificado no intervalo $-3,5 < \hat{m}(n) < -2,5$, considera-se $\hat{m}(n) \leftarrow \hat{m}(n) + 4$.

Para assegurar a estabilidade do algoritmo e evitar estimativas errôneas quando $\hat{x}_1(n)$ é muito grande, introduz-se um limite para $\hat{x}_1(n)$, i.e., se $|\hat{x}_1(n)| > X$, considera-se simplesmente $\hat{x}_1(n) \leftarrow X\text{sign}[\hat{x}_1(n)]$, em que X é uma constante positiva. Não se observou degradação no desempenho em diferentes simulações quando $X = 100$ é usado. De maneira similar ao algoritmo de [15, 16], é possível mostrar que cNLMS₊ é estável no sentido robusto se $\tilde{\mu}$ for escolhido no intervalo $0 < \tilde{\mu} < 2$.

5 Resultados de simulação

Em todas as simulações, é considerado um sistema de comunicação utilizando o mapa de Hénon com parâmetros $\alpha = 1,4$ e $\beta = 0,3$. Os vetores de estado foram inicializados com $\mathbf{x}(0) = \mathbf{0}$ e $\hat{\mathbf{x}}(0) = [0, 1 \ -0, 1]^T$, respectivamente. Além disso, é considerada a transmissão de uma sequência binária $m(n) \in \{-1, +1\}$ e os equalizadores foram inicializados com $\mathbf{w}(0) = \mathbf{0}$. Para efeito de comparação, também foi considerado o esquema de [15, 16], onde a função de codificação é dada por (5).

Inicialmente, é considerada a transmissão da sequência codificada $s(n)$ através do Canal 1 com função de transferência $H_1(z) = -0,005 + 0,009z^{-1} - 0,024z^{-2} + 0,850z^{-3} - 0,218z^{-4} + 0,050z^{-5} - 0,016z^{-6}$, sofrendo uma variação abrupta para o Canal 2 com função de transferência $H_2(z) = -0,004 + 0,030z^{-1} - 0,104z^{-2} + 0,520z^{-3} + 0,273z^{-4} - 0,074z^{-5} + 0,020z^{-6}$, em $n = 100 \times 10^3$, na ausência de ruído [16, 21]. Nas Figs. 3-(a) e (b) são mostrados os coeficientes ao longo das iterações para o cNLMS_× e o cNLMS₊, respectivamente. Para ambos os canais e algoritmos, foram considerados equalizadores com $M = 12$ coeficientes e um atraso de $\Delta = 7$ amostras. Os passos de adaptação dos algoritmos cNLMS_× e cNLMS₊ foram ajustados a fim de obter uma

⁴O termo *caótico* é usado para os algoritmos deste trabalho apenas para distingui-los das versões originais do algoritmo NLMS (veja, e.g., [20]). O uso desse termo não significa que o comportamento dos algoritmos é caótico.

Tabela 1: Sumário do cNLMS₊ para o mapa de Hénon.

<p>Inicializar o algoritmo com:</p> $\mathbf{w}(-1) = \mathbf{0}, \quad \hat{\mathbf{x}}(0) = [0, 1 \quad -0, 1]^T$ $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \beta & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ <p>α, β: parâmetros do mapa de Hénon; $0 < \tilde{\mu} < 2$ δ: constante positiva pequena; X: constante positiva grande $\gamma_1(n)$ e $\gamma_2(n)$: parâmetros da função de codificação</p>
<p>Para $n = 0, 1, 2, 3 \dots$, calcular:</p> $\hat{s}(n) = \mathbf{r}^T(n)\mathbf{w}(n-1)$ <p>se $\hat{x}_1(n) > X$ $\hat{x}_1(n) \leftarrow X \text{sign}[\hat{x}_1(n)]$ fim</p> $\hat{m}(n) = \frac{\gamma_1(n)\hat{x}_1(n) - \hat{s}(n)}{\gamma_2(n)\text{sign}[\gamma_1(n)\hat{x}_1(n)]} - 1$ <p>se $-3.5 < \hat{m}(n) < -2.5$ $\hat{m}(n) \leftarrow \hat{m}(n) + 4$ fim</p> $\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \frac{\tilde{\mu}\gamma_2(n)\text{sign}[\gamma_1(n)\hat{x}_1(n)]}{\delta + \ \mathbf{r}(n)\ ^2} e(n)\mathbf{r}(n)$ $\hat{\mathbf{x}}(n+1) = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}(n) + \mathbf{b} + \begin{bmatrix} -\alpha\hat{s}^2(n) \\ 0 \end{bmatrix}$ fim

velocidade de convergência aproximadamente igual para ambos os algoritmos. Como pode ser notado, para ambos os casos e ambos os canais, os equalizadores convergem para a solução de Wiener indicada pelas linhas tracejadas. Na Fig. 3-(c), a taxa de erro de bit (BER - *bit error rate*) é usada como medida de desempenho para comparar os resultados obtidos pelo algoritmo cNLMS_× e pelo algoritmo cNLMS₊. Para cada ponto mostrado nessa figura, foi considerado um equalizador com coeficientes fixos dados pelos valores mostrados nas Figs. 3-(a) and (b) e foi medida a BER dos sistemas após a transmissão de 10^5 amostras de uma mensagem binária. Pode-se notar que, para o Canal 1, com ambos os sistemas, usando (5) ou (8), são obtidos resultados similares em termos de BER após a convergência dos equalizadores. Entretanto, após a variação abrupta de canal (para o Canal 2), o sistema que codifica a mensagem com (8) tem um desempenho superior ao do sistema que usa (5). Isso indica que o sistema que usa (8) para codificar a mensagem pode ser mais robusto à interferência intersimbólica do que o sistema que usa (5).

Por fim, considerando a transmissão da sequência codificada pelo Canal 3 com função de transferência $H_3(z) = 0.25 + z^{-1} + 0.25z^{-2}$, foram obtidas curvas de BER em função da relação sinal-ruído (SNR), conforme mostrado na Fig. 4. Como valor de referência para equalização em um cenário dispersivo e com ruído, também foram incluídas curvas de BER para o canal AWGN não dispersivo, obtidas utilizando a codificação (8) mas sem o equalizador. Para fins de comparação, também foram incluídas as curvas obtidas com a solução de Wiener, considerando a codificação com (5) e considerando um sistema convencional, sem caos. Pode-se notar que a BER obtida utilizando (8) para codificar a mensagem e o algoritmo cNLMS₊ é inferior à solução ótima obtida com o sistema que utiliza (5) para SNRs de 30 dB a 60 dB. Para SNRs menores, de 0 dB a

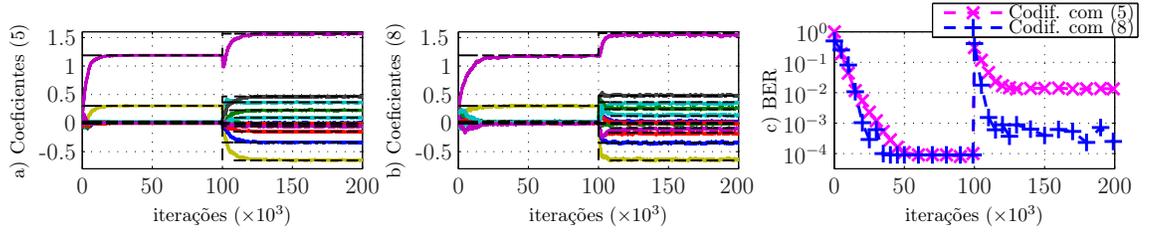


Figura 3: Média dos $M = 12$ coeficientes do (a) cNLMS_x ($\tilde{\mu} = 0,01$, $\delta = 10^{-5}$, $\varepsilon = 0,1$, $X = 100$), (b) cNLMS_+ ($\tilde{\mu} = 0,02$, $\delta = 10^{-2}$, $\varepsilon = 0,1$, $X = 100$) e solução de Wiener (linhas tracejadas); (c) Taxa de erro de bit considerando os coeficientes do equalizador fixos para o cNLMS_x e o cNLMS_+ ; Variação abrupta do Canal 1 para o Canal 2 em $n = 100 \times 10^3$.

30 dB, a BER obtida com a codificação (8) e o algoritmo cNMLS_+ é semelhante à obtida com a codificação (5). Vale notar que, para SNRs de 20 dB a 60 dB, o algoritmo cNMLS_+ não obtém o desempenho ótimo, que é próximo ao desempenho obtido com o canal AWGN não dispersivo. Isso ocorre devido à escolha do passo de adaptação do algoritmo cNMLS_+ , sendo possível obter resultados mais próximos aos da solução de Wiener diminuindo-se o passo de adaptação, porém diminuindo a velocidade de convergência do algoritmo.

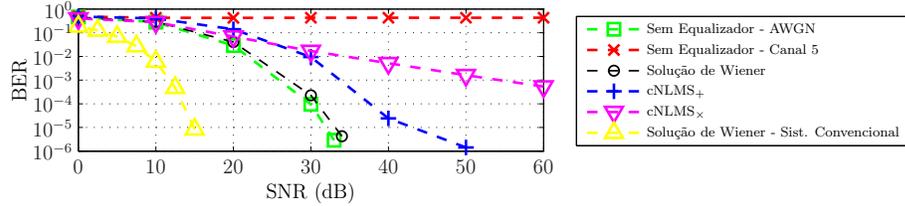


Figura 4: Taxa de erro de bit para o canal AWGN não dispersivo e para o Canal 3, cNLMS_+ ($\tilde{\mu} = 0,02$; $\delta = 10^{-5}$), solução de Wiener usando (8), solução de Wiener usando (5) e solução de Wiener para o sistema convencional com $M = 21$; $\Delta = 11$.

6 Conclusões

Neste artigo, foi proposta uma nova função de codificação que assegura a geração de sinais caóticos. Além disso, foi apresentado um esquema de equalização supervisionada baseado no algoritmo NLMS para possibilitar a recuperação de uma sequência binária em um SCBS. Os resultados de simulação mostram que o algoritmo tem um desempenho superior em relação ao algoritmo de [15, 16] em termos de BER, considerando a mesma velocidade de convergência. Em trabalhos futuros, pretende-se estender esse esquema para permitir comunicação baseada em caos sem a necessidade de uma sequência de treinamento.

Agradecimentos

À FAPESP pelo apoio financeiro (2012/24835-1 e 2014/04864-2) e ao CNPq também pelo apoio financeiro (304275/2014-0, 311575/2013-7 e 479901/2013-9).

Referências

- [1] M. P. Kennedy, G. Setti, and R. Rovatti, Eds., *Chaotic Electronics in Telecommunications*, CRC Press, Inc., Boca Raton, FL, USA, 2000.
- [2] G. Kolumbán, T. Krébesz, C. K. Tse, and F. C. M. Lau, “Basics of communications using chaos,” in *Chaotic Signals in Digital Communications*, Marcio Eisenkraft, Romis Attux, and Ricardo Suyama, Eds., Chapter 4, pp. 111–141. CRC Press, Inc., 2013.
- [3] M. S. Baptista, E. E. Macau, C. Grebogi, Y. Lai, and E. Rosa, “Integrated chaotic communication scheme,” *Phys. Rev. E*, vol. 62, pp. 4835–4845, Oct 2000.
- [4] A. Argyris, D. Syvridis, L. Larger, V. Annovazzi-Lodi, P. Colet, I. Fischer, J. Garcia-Ojalvo, C. R. Mirasso, L. Pesquera, and K. A. Shore, “Chaos-based communications at high bit rates using commercial fibre-optic links,” *Nature*, vol. 438, no. 7066, pp. 343–346, 2005.
- [5] S. Haykin, *Communication systems*, Wiley, New York, 4th edition, 2001.
- [6] P. Stavroulakis, Ed., *Chaos Applications in Telecommunications*, CRC Press, Inc., Boca Raton, FL, USA, 2005.
- [7] K. T. Alligood, T. Sauer, and J. A. Yorke, *Chaos: An Introduction to Dynamical Systems*, Textbooks in Mathematical Sciences. Springer-Verlag, New York, 1997.
- [8] C. Williams, “Chaotic communications over radio channels,” *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 48, no. 12, pp. 1394–1404, Dec. 2001.
- [9] M. Eisenkraft, R. Attux, and R. Suyama, Eds., *Chaotic Signals in Digital Communications*, CRC Press, Inc., 2013.
- [10] M. Eisenkraft, R. D. Fanganiello, and L. A. Baccalá, “Synchronization of discrete-time chaotic systems in bandlimited channels,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2009, pp. 1–12, 2009.
- [11] C. W. Wu and L. O. Chua, “A simple way to synchronize chaotic systems with applications to secure communication systems,” *International Journal of Bifurcation and Chaos*, vol. 3, no. 6, pp. 1619–1627, Dec. 1993.
- [12] R. Candido, M. Eisenkraft, and M. T. M. Silva, “Channel equalization for synchronization of Ikeda maps,” in *Proc. of 21st European Signal Processing Conference (EUSIPCO’2013)*, Marrakesh, Morocco, 2013.
- [13] K. Ikeda, “Multiple-valued stationary state and its instability of the transmitted light by a ring cavity system,” *Optics Communications*, vol. 30, no. 2, pp. 257–261, 1979.
- [14] R. Candido, D. C. Soriano, M. T.M. Silva, and M. Eisenkraft, “Do chaos-based communication systems really transmit chaotic signals?,” *Signal Processing*, vol. 108, pp. 412 – 420, 2015.
- [15] R. Candido, M. Eisenkraft e M. T. M. Silva, “Equalização de canais de comunicação para a sincronização de mapas,” in *Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações (DINCON)*, Fortaleza, 2013.
- [16] R. Candido, M. Eisenkraft, and M. T. M. Silva, “Channel equalization for synchronization of chaotic maps,” *Digital Signal Processing*, vol. 33, pp. 42–49, Oct. 2014.
- [17] M. Hénon, “A two-dimensional mapping with a strange attractor,” *Communications in Mathematical Physics*, vol. 50, pp. 69–77, 1976.
- [18] L. M. Pecora, T. L. Carroll, G. A. Johnson, D. J. Mar, and J. F. Heagy, “Fundamentals of synchronization in chaotic systems, concepts, and applications,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 7, no. 4, pp. 520–543, 1997.
- [19] G. A. Abib, M. Eisenkraft, and A. M. Batista, “Using coupled maps to improve synchronization performance,” in *Chaotic Signals in Digital Communications*, M. Eisenkraft, R. Attux, and R. Suyama, Eds. CRC Press, Inc., 2013.
- [20] A. H. Sayed, *Adaptive Filters*, John Wiley & Sons, NJ, 2008.
- [21] G. Picchi and G Prati, “Blind equalization and carrier recovery using a “stop-and-go” decision-directed algorithm,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-35, pp. 877–887, Sep. 1987.